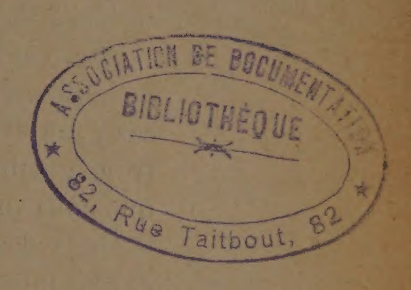
ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 AVRIL 1941.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.



MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL dépose sur le bureau le tome soixante-troisième (deuxième série) des *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France*.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur l'interprétation de certaines équations dans la théorie des particules de spin* 2. Note (¹) de M. LOUIS DE BROGLIE.

Grâce aux travaux effectués cet hiver à l'Institut Henri Poincaré par Mme M.-A. Tonnelat et par M. Gérard Petiau, la théorie générale des particules de spin quelconque a considérablement progressé. Il paraît maintenant certain que l'on obtient cette théorie sous sa forme la plus générale en construisant la particule de spin $n/2$ par la *fusion* de n corpuscules de spin $1/2$, c'est-à-dire en prolongeant le procédé qui nous avait permis en théorie du photon de passer du spin $1/2$ au spin 1. Ainsi paraît entièrement confirmée l'idée générale que nous avions proposée dès 1939 comme guide pour la résolution de ce problème (²).

En particulier, l'étude de la particule de spin total maximum $J = 2$ obtenue par la fusion de quatre corpuscules de spin $1/2$ a abouti à des résultats qui correspondent exactement au programme que nous avions tracé dans la Note citée plus haut. Les équations d'ondes de cette particule se divisent, en effet, en plusieurs groupes indépendants (³).

(¹) Séance du 16 avril 1941.

(²) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 265.

(³) Voir M.-A. TONNELAT, *Comptes rendus*, 212, 1939, p. 187.

L'un d'eux correspond à la valeur $j = 2$ du spin total et, en précisant d'une façon très ingénieuse une suggestion due à MM. Pauli et Fierz, Mme Tonnelat a pu montrer qu'il paraît lié aux équations de la gravitation écrites à l'approximation linéaire. Deux autres groupes correspondent au cas $j = 0$ et leur forme coïncide avec celle des équations non maxwelliennes de la théorie du photon. Enfin trois groupes d'équations correspondent au cas $j = 1$ et doivent par suite être apparentés à la théorie du champ électromagnétique. C'est sur l'interprétation de ces trois derniers groupes que nous voulons insister.

Deux des trois groupes d'équations en question sont de la même forme et font intervenir un tenseur de rang un, un tenseur général de rang deux, un tenseur antisymétrique de rang deux et un tenseur de rang trois qui est antisymétrique pour une paire d'indices. Avec des notations usuelles dans cette théorie, on peut écrire chacun des deux groupes d'équations de la manière suivante :

$$(1) \qquad \begin{cases} \partial_\mu \chi_\nu - \partial_\nu \chi_\mu = k\chi_{[\mu\nu]}, & \partial_\rho \chi_{[\rho\nu]} = k\chi_\nu; \\ \partial_\mu \chi_\nu = k\chi_{\mu\nu}, & \partial_\rho \chi_{[\mu\nu]} = k\chi_{[\mu\nu]\rho}, \end{cases}$$

avec $k = (2\pi/h)\mu_0 c$, μ_0 étant la masse propre de la particule. Si nous définissons, à partir des χ, un potentiel d'Univers $\overrightarrow{A}$ et un champ électromagnétique d'Univers $\overrightarrow{\overrightarrow{F}}$ par les formules

$$(2) \qquad A_\nu = K\chi_\nu, \qquad F_{[\mu\nu]} = Kk\chi_{[\mu\nu]},$$

où K est une constante bien connue en théorie du photon, nous trouvons les équations

$$(3) \qquad \begin{cases} \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = F_{[\mu\nu]}, & \partial_\rho A_\rho = 0; \\ \partial_\rho F_{[\rho\nu]} = k^2 A_\nu, & \partial_\rho F^+_{[\rho\nu]} = 0, \end{cases}$$

où $F^+_{[\mu\nu]}$ représente la grandeur *duale* de $F_{[\mu\nu]}$.

Or les équations (3) ont la même forme que les équations maxwelliennes de la théorie du photon. Ce sont des équations de Maxwell complétées par des termes de masse. Ceci éclaire la signification des équations (1).

Ce que nous venons de dire est déjà connu, mais passons maintenant au troisième groupe d'équations correspondant à $j = 1$. Ce groupe fait intervenir un tenseur antisymétrique de rang deux, un tenseur de rang trois antisymétrique sur une paire d'indices et un tenseur de rang quatre antisymétrique sur deux paires d'indices. Avec les mêmes notations que plus

haut, il s'écrit

$$(4)\qquad \begin{cases} \partial_\mu \Phi_{[\nu\rho]} - \partial_\nu \Phi_{[\mu\rho]} = k\Phi_{[\mu\nu]\rho}, & \partial_\rho \Phi_{[\rho\mu]\nu} = k\Phi_{[\mu\nu]}; \\ \partial_\mu \Phi_{[\rho\sigma]\nu} - \partial_\nu \Phi_{[\rho\sigma]\mu} = k\Phi_{[[\mu\nu][\rho\sigma]]}, & \partial_\rho \Phi_{[[\rho\sigma][\mu\nu]]} = k\Phi_{[\mu\nu]\sigma}. \end{cases}$$

Au premier abord, ce groupe peut paraître très différent du groupe (1). Il n'en est rien cependant, comme nous allons le montrer en introduisant un potentiel d'Univers $\vec{\mathcal{A}}$ et un champ électromagnétique d'Univers $\vec{\vec{\mathcal{F}}}$ par les définitions

$$(5)\qquad \mathcal{F}_{[\mu\nu]} = \mathrm{K}k\Phi^{+}_{[\mu\nu]}, \qquad \mathcal{A}_\sigma = \mathcal{A}_{\mu\nu\rho} = \frac{\mathrm{K}}{2}\left[\Phi_{[\mu\nu]\rho} + \Phi_{[\nu\rho]\mu} + \Phi_{[\rho\mu]\nu}\right].$$

Dans la seconde de ces définitions, la suite $\mu\nu\rho\sigma$ forme une permutation *paire* des indices 1, 2, 3, 4. Avec ces définitions, on tire aisément du système (4) les équations

$$(6)\qquad \begin{cases} \partial_\mu \mathcal{A}_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu = \mathcal{F}_{[\mu\nu]}, & \partial_\rho \mathcal{A}_\rho = 0; \\ \partial_\rho \mathcal{F}_{[\rho\nu]} = k^2 \mathcal{A}_\nu, & \partial_\rho \mathcal{F}^{+}_{[\rho\nu]} = 0, \end{cases}$$

et le système (6) est visiblement identique au système (3). Le groupe d'équations (4) n'est donc qu'en apparence différent du groupe d'équations (1). Les trois groupes d'équations du cas $j = 1$ sont au fond identiques et se ramènent aux équations maxwelliennes avec termes de masse déjà rencontrées en théorie du photon.

La théorie des particules de spin total maximum 2 paraît ainsi constituer une synthèse de la Gravitation et de l'Électromagnétisme. Il est inutile de souligner combien cette circonstance la rend intéressante.

GÉODÉSIE. — *Nouvelles déterminations de la pesanteur dans le Sud de la France.* Note [1] de M. PIERRE LEJAY.

Le tableau suivant résume les résultats obtenus au cours d'une campagne entreprise dans le Sud de la France, d'octobre à décembre 1940, avec les gravimètres Holweck-Lejay n°s 42 et 622. On a conservé les valeurs des coefficients des formules d'étalonnage des campagnes précédentes. Toulouse, où des déterminations antérieures avaient été faites par M. R. Goudey, a servi de station de référence; la valeur de base adoptée est 980,437 gals.

[1] Séance du 16 avril 1941.

Tableau des observations.

Stations.	Longitudes.	Latitudes.	Altitudes.	g adopté.	g_0.	g''_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.	Δ_{12}.	Δ_{629}.
	° ′	° ′	mètres	gals	gals	gals	gals	mgals	mgals	mgals	mgals
Les Regners.........	0. 9,9	44.48,5	15	980,574	980,579	980,577	980,613	— 34	— 36	—1	0,9
Laissac..............	2.49,2	44.23,2	640	,412	,609	,537	,574	+ 35	— 37	—1	0
Saint-Genis-Laval....	4.47,1	45.41,7	299	,614	,707	,673	,692	+ 15	— 19	0	—4
Châteauroux	1.40,2	46.48,7	154	,744	,792	,774	,794	— 2	— 20	+2	—2
Clermont-Ferrand ...	3. 5,0	45.46,2	386	,577	,696	,651	,699	— 3	— 48	0	—1
Toulouse............	1.27,8	43.36,7	196	,437	,498	,475	,504	— 6	— 29	+1	+3
Auch................	0.35,4	44.39,0	166	,445	,496	,477	,507	— 11	— 30	+1	—1
Mirande.............	0.24,2	43.31,1	174	,431	,485	,465	,496	— 11	— 31	0	+1
Rabastens	0. 9,1	43.23,3	217	,405	,472	,447	,484	— 12	— 37	—0,5	0
Bagnères-de-Bigorre..	0. 8,6	43. 3,8	560	,288	,460	,397	,455	+ 5	— 58	—1	0
Chiroulet	0. 5,7	42.58	1068	,138	,468	,347	,446	+ 22	— 99	+2,5	—2
Masseube............	0.34,7	43.25,9	208	,409	,473	,450	,488	— 15	— 38	0	0
Trie.................	0.22,3	43.19,3	250	,385	,462	,434	,478	— 16	— 44	—1	+1
Tarbes	0. 4,2	43.14,1	306	,359	,453	,419	,470	— 17	— 51	+1	—4
Bagnères-de-Bigorre..	0. 8,6	43. 3,8	560	,288	,460	,397	,455	+ 5	— 58	—1	0
Pic-du-Midi..........	0. 8,5	42.56,3	2850	979,743	,618	,300	,443	+175	—143	—2	+1,5
Tourmalet............	0. 9,0	42.54,7	2114	,940	,593	,353	,440	+153	— 87	-	-
Bagnères-de-Bigorre..	0. 8,6	43. 3,8	560	980,288	,460	,397	,455	+ 5	— 58	—1	+1
Tarbes	0. 4,2	43.14,1	306	,359	,453	,419	,470	— 17	— 51	+2	—1
Lannemezan..........	0.23,1	43. 7,6	585	,301	,481	,414	,461	+ 20	— 47	+1	—1
Saint-Gaudens.......	0.43,4	43. 6,5	405	,340	,465	,419	,455	+ 10	— 36	0	0
Aulon...............	0.49,3	43.11,5	347	,350	,457	,418	,466	— 9	— 48	0	0
Sarremezan..........	0.39,9	43.12,5	399	,337	,460	,415	,468	— 8	— 53	-	-
Saint-Gaudens.......	0.43,4	43. 6,5	405	,340	,465	,419	,455	+ 10	— 36	+3	—1
Aspet...............	0.48,2	43. 1,0	482	,327	,475	,421	,451	+ 24	— 30	+1,5	—1
Gardeilhac	0.40,9	43.12,0	443	,324	,460	,411	,467	— 7	— 56	—1	+2
Saint-Plancard.......	0.33,9	43.10,4	366	,341	,455	,413	,464	— 9	— 51	0	—1
Arreau..............	0.21,8	42.54,4	704	,219	,436	,357	,440	— 4	— 83	0	—1
Peyresourde.........	0.27,4	42.48,2	1563	,061	,543	,366	,431	+112	— 65	-	-
Bagnères-de-Luchon .	0.35,7	42.47,4	620	,180	,373	,301	,430	— 57	—129	—0,5	0
Saint-Béat...........	0.41,8	42.54,7	501	,289	,443	,387	,441	+ 2	— 54	0	—1
Portet-d'Aspet.......	0.51,0	42.56,7	1069	,210	,540	,408	,444	+ 96	— 36	-	-
Audressein..........	1. 1,7	42.55,8	504	,290	,445	,389	,443	+ 2	— 54	-	-
Massat	1.20,9	42.53,5	650	,239	,439	,365	,439	0	— 74	-	-
Col de Port..........	1.27,2	42.54,2	1248	,122	,507	,366	,440	+ 67	— 74	(—4)	+1
Mercus	1.38,1	42.53,1	518	,246	,406	,348	,439	— 33	— 91	-	-
Foix	1.36,8	42.57,8	384	,290	,409	,365	,446	— 37	— 81	+4,5	—3
La Bastide	1.25,8	43. 0,7	432	,305	,439	,389	,450	— 11	— 61	—1	+1
Le Pigailh...........	1.32,4	43. 9,9	360	,335	,447	,406	,464	— 17	— 58	-	-
Mas d'Azil...........	1.21,8	43. 5,0	292	,330	,421	,387	,457	— 36	— 70	-	-
Saint-Girons	1. 8,9	42.58,9	391	,309	,430	,385	,447	— 17	— 62	—0,5	+1
Sainte-Croix	1.10,6	43. 7,7	310	,339	,435	,399	,461	— 26	— 62	—0,5	—2
Lézat................	1.20,4	43.17,0	220	,384	,452	,427	,474	— 22	— 47	—1	0
Toulouse............	1.27,8	43.36,7	196	,437	,498	,475	,504	— 6	— 29	+2	0
Rieumes.............	1. 7,1	43.24,7	290	,388	,478	,445	,486	— 8	— 41	-	-
Lasserre.............	1.10,1	43. 4,3	575	,266	,444	,378	,455	— 11	— 77	+0,5	0
Montesquieu.........	1.14,1	43.12,5	231	980,360	980,432	980,405	980,468	— 36	— 63	+1	0
Daumazan...........	1.18,4	43. 8,8	249	,343	,420	,392	,462	— 42	— 70	-	-
Le Plan........	1. 7,2	43.10,1	262	,352	,434	,403	,464	— 30	— 61	—1	—0,5

Stations.	Longitudes.	Latitudes.	Altitudes.	g adopté.	g_0.	g''_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.	Δ_{12}.	Δ_{622}.
	° ′	° ′	mètres	gals	gals	gals	gals	mgals	mgals	mgals	mgals
Plagne	1. 3,6	43. 9,4	395	,323	,446	,400	,463	— 17	— 63	–	–
Roquefort	0.58,6	43. 9,7	275	,346	,432	,400	,463	— 31	— 63	+1	—1
Sallies	0.57,7	43. 6,5	310	,330	,426	,391	,458	— 32	— 67	+0,5	—1
Prat	1. 1,2	43. 1,7	320	,322	,421	,385	,451	— 30	— 66	–	–
Clermont	1.18,1	43. 2,3	405	,302	,428	,381	,452	— 24	— 71	–	–
Toulouse	1.27,8	43.36,7	196	,437	,498	,475	,504	— 6	— 29	+1	—1
Pailhes	1.26,6	43. 6,2	287	,330	,419	,386	,458	— 39	— 72	–	–
Nalzen	1.45,2	42.55,1	637	,224	,420	,348	,442	— 22	— 94	–	–
Montségur	1.50,1	42.52,1	912	,167	,449	,345	,437	+ 12	— 92	0	0
Lavelanet	1.51,0	42.55,8	517	,245	,404	,346	,442	— 38	— 96	+1	—1
Belesta	1.56,3	42.54,3	494	,247	,400	,344	,441	— 41	— 97	+1	—0,5
Pelail	1.52,2	42.51,5	606	,217	,404	,335	,437	— 33	—102	–	–
Barrineuf	1.53,4	42.52,7	549	,235	,404	,342	,438	— 34	— 96	–	–
Sainte-Colombe	1.58,2	42.57,1	420	,268	,398	,350	,445	— 47	— 95	+1	0
Larroque	1.52,2	42.58,5	443	,263	,400	,350	,446	— 46	— 96	–	–
Carol	1.45,4	42.57,8	478	,256	,405	,349	,446	— 41	— 97	–	–
Saint-Jean-de-Verges	1.36,4	43. 0,7	353	,295	,405	,365	,449	— 44	— 84	–	–
Camarade	1.16,7	43. 5,0	517	,279	,438	,380	,457	— 19	— 77	–	–
Toulouse	1.27,8	43.36,7	196	,437	,498	,475	,504	— 6	— 29	—1	0
Graulhet	1.59,5	43.45,9	166	,460	,512	,492	,518	— 6	— 26	–	–
Réalmont	2.11,5	43.46,6	212	,457	,523	,498	,519	+ 4	— 21	0	–
Toulouse	1.27,8	43.36,7	196	,437	,498	,475	,504	— 6	— 29	—2	—1
Albi	2. 8,4	43.55,6	174	,497	,551	,531	,532	+ 19	— 1	+1	—1
Réalmont	2.11,5	43.46,6	212	,457	,523	,498	,519	+ 4	— 21	–	+1
Labessonié	2.19,3	43.43,3	536	,391	,556	,495	,514	+ 42	— 19	–	–
Vabre	2.25,3	43.41,6	370	,391	,506	,463	,511	— 5	— 48	–	–
Brassac	2.30,0	43.37,9	487	,360	,511	,455	,506	+ 5	— 51	—3	+2
Murat	2.51,1	43.40,9	836	,301	,559	,464	,511	+ 48	— 47	—1	+0,5
Lamalou	3. 5,1	43.35,5	181	,420	,476	,455	,502	— 26	— 47	–	–
Bédarieux	3. 9,5	43.36,8	196	,425	,486	,463	,504	— 18	— 41	–	–
Avene	3. 6,2	43.45,5	370	,396	,511	,468	,518	— 7	— 50	—1	+1
Ceilhes	3. 6,7	43.48,4	443	,391	,528	,478	,521	+ 7	— 43	–	–
Roqueredonde	3.12,7	43.48,0	680	,346	,555	,478	,521	+ 34	— 43	–	–
Lodève	3.18,7	43.43,9	165	,446	,498	,478	,515	— 17	— 37	+1	—1
Gignac	3.33,0	43.39,0	93	,466	,495	,484	,508	— 13	— 24	–	–
Saint-André	3.30,1	43.38,8	66	,469	,490	,482	,507	— 17	— 25	0	—1
Clermont	3.25,9	43.37,6	90	,465	,493	,482	,505	— 12	— 23	–	–
Gabian	3.16,5	43.31,0	120	,458	,495	,481	,496	— 1	— 15	—1	0
Murviel	3. 8,8	43.26,4	98	,443	,474	,462	,489	— 15	— 27	–	–
Servian	3.18,0	43.25,7	63	,457	,477	,470	,488	— 11	— 18	–	–
Saint-Thibery	3.25,2	43.23,9	10	,473	,476	,475	,485	— 9	— 10	–	–
Agde	3.28,1	43.18,8	5	,473	,475	,474	,477	— 2	— 3	+1	—0,5
Frontignan	3.45,4	43.26,9	4	,496	,497	,497	,489	+ 8	+ 8	–	–
Castries	3.59,4	43.40,9	60	,499	,518	,511	,510	+ 8	+ 1	–	–
Aujargues	4. 7,4	43.47,1	77	,501	,525	,516	,520	+ 5	— 4	–	–
Remoulins	4.33,7	43.56,6	27	,509	,517	,514	,534	— 17	— 20	–	–
Pouzilhac	4.34,8	44. 2,5	224	,482	,551	,526	,543	+ 8	— 18	–	–
Bagnols	4.37,3	44. 9,8	55	,522	,539	,533	,554	— 15	— 21	–	–
Pierrelatte	4.41,9	44.22,7	60	,531	,550	,543	,573	— 23	— 30	–	–
Saint-Genis-Laval	4.47,1	45.41,7	299	,614	,707	,673	,692	+ 15	— 19	(—2)	(—6)

Plusieurs stations de recoupement ont été réoccupées : on a retrouvé à Bagnères-de-Bigorre la valeur admise précédemment $g = 980,288$ gals; et à Albi, 980,497 gals, au lieu de 980,496 gals.

Nous conservons dans le tableau les notations internationales; les valeurs normales et les anomalies ne sont données que par rapport à l'ellipsoïde international; les mêmes quantités, sur l'ellipsoïde de Helmert (1901), s'obtiendraient, en effet, pour toutes les stations, en retranchant pour les valeurs normales, en ajoutant pour les anomalies, la même quantité, 14 milligals.

CORRESPONDANCE.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une nouvelle démonstration d'un théorème d'Ahlfors.* Note de M. **Jacques Dufresnoy**, présentée par M. Gaston Julia.

Nous avons établi (¹) certaines propriétés des fonctions méromorphes à partir de la théorie d'Ahlfors des surfaces de Riemann. Ces propriétés sont telles que, si l'une d'entre elles n'est pas vérifiée, on a $L > hS$. Les considérations faites peuvent être étendues à des propriétés dont la non-vérification entraîne $L > h(S - l)$. Nous sommes ainsi conduit au théorème :

Si $w = f(z)$ est méromorphe dans tout le plan et jouit de l'une des propriétés suivantes :

1° *elle ne prend qu'un nombre fini l de fois trois valeurs distinctes;*

2° *elle présente cinq valeurs ramifiées complètement, sauf un nombre fini l de fois;*

3° *la surface de Riemann décrite par $w = f(z)$ ne présente qu'un nombre fini l d'îles situées sur trois domaines simplement connexes et disjoints;*

4° *cette surface de Riemann ne présente qu'un nombre fini l d'îles* SIMPLES *situées sur cinq domaines simplement connexes et disjoints;*

Alors la fonction $w = f(z)$ est une fraction rationnelle dont le degré est au plus égal à l dans les cas 1° et 3° (où l est obtenu en ne comptant qu'une seule fois chaque valeur ou chaque île multiple), *à $2l$ dans les cas 2° et 4°.*

(¹) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 595. On trouvera dans cette Note références et notations.

On parvient à des théorèmes en termes finis en faisant des hypothèses supplémentaires pour écarter polynomes et fractions rationnelles.

Exemple. — *Si $w = f(z)$ est méromorphe dans le cercle $|z| < R$ et n'y prend pas deux valeurs données; si, de plus, la surface de Riemann décrite par $w = f(z)$ ne présente que l îles* SIMPLES *sur un domaine* D *simplement connexe laissant à son extérieur les deux valeurs non prises, on a*

$$R \frac{|f'(0)|}{1 + |f(0)|^2} < K,$$

K *étant une constante dépendant de la position relative du domaine* D *et des points interdits, ainsi que du nombre l.*

Comme cas particulier, lorsque D est réduit à un point, on retrouve une extension du théorème de Landau. De cette inégalité on peut déduire une limitation de la dérivée sphérique en tout point de $|z| < R$, une limitation de $S(r)$ pour $r < R$; d'où des théorèmes du type de celui de Schottky.

Dans le même ordre d'idées nous avons démontré que :

Si $w = f(z)$ est une fonction holomorphe dans $|z| < R$, ne s'y annulant pas et dont la dérivée $f'(z)$ a un module moindre que M *aux points où la fonction prend la valeur* 1, *on a*

$$R \frac{|f'(0)|}{1 + |f(0)|^2} < K(MR^2),$$

$K(MR^2)$ *étant une fonction de* MR^2 *que l'on peut expliciter.*

Cette dernière fonction croît rapidement avec R de telle sorte que l'on ne peut obtenir une borne supérieure de R à partir de $f(0)$ et $f'(0)$, c'est-à-dire un théorème du type de celui de Landau. C'était à prévoir puisqu'il y a des fonctions entières répondant aux conditions du théorème, à savoir $w = \lambda e^{\mu z}$; la théorie actuelle montre d'ailleurs que ce sont les seules. Par contre, on peut obtenir une limitation de la dérivée sphérique, de $S(r)$ et un théorème, dû à M. Valiron [2], du type de celui de Schottky.

Dans la Note déjà citée, nous avons parlé d'une estimation du coefficient de L figurant dans le théorème d'Ahlfors. Ceci se rattache à une démonstration nouvelle de ce théorème que nous allons maintenant esquisser. Considérons, sur la sphère unitaire Σ_0, q domaines D_i simplement connexes et disjoints, dont certains peuvent se réduire à des points. Nous dési-

---

([2]) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1825-1828; **205**, 1937, p. 890-892.

gnerons par $4\pi S_0$ l'aire de la sphère trouée Σ_0^* (sphère Σ_0 de laquelle on a retranché les domaines D_i), par δ_0 la plus petite des distances des domaines D_i pris deux à deux et par k une constante dépendant uniquement des domaines D_i et que l'on peut évaluer facilement dans chaque cas particulier. Dans le cas simple où les domaines D_i sont circulaires, on a $k = 1/2\delta_0 S_0$; on peut trouver une expression analogue lorsque les domaines D_i sont circulaires ou convexes. On établit alors le lemme :

La sphère trouée Σ_0^* est recouverte d'une surface connexe Σ à un seul feuillet, d'aire $4\pi S_0 S$ et ayant un contour relatif *de longueur* L. *Si* $S - kL > 0$, *la caractéristique ρ de Σ est au moins égale à $q-2$.*

D'où l'on déduit, par une décomposition en feuillets, ce théorème :

La sphère trouée Σ_0^* est recouverte d'une surface connexe Σ, d'aire $4\pi S_0 S$ et ayant un contour relatif *de longueur* L. *La caractéristique ρ de Σ vérifie l'inégalité*

$$\overset{+}{\rho} \geqq (q-2)(S - 2kL).$$

Et enfin on obtient le théorème d'Ahlfors :

Étant donné, sur la sphère unitaire Σ_0, $q \geqq 3$ domaines D_i simplement connexes et disjoints, on peut déterminer une constante h telle que toute surface de recouvrement Σ de Σ_0, simplement connexe, présente sur les domaines D_i des îles dont la somme $\Sigma p(D_i)$ des multiplicités simples satisfait à

$$\sum_{i=1}^{q} p(D_i) \geqq (q-2)(S - hL),$$

où $4\pi S$ désigne l'aire de Σ et L la longueur de son contour.

La constante h est égale, dans le cas général, à $2k + 1/4\pi S_0$; si les domaines sont circulaires, on a $h < 7/6\,\delta_0 S_0$; s'ils sont convexes ou circulaires, on a une expression analogue; s'ils sont réduits à des points, on a $h = 1/\delta_0$. La possibilité d'une évaluation facile du coefficient h constitue l'avantage de la nouvelle méthode.

Signalons enfin qu'en utilisant l'inégalité (1) de notre Note précédente, nous avons établi le théorème suivant, dont la dernière partie donne immédiatement un procédé, autre que celui développé dans cette Note, pour l'obtention des théorèmes en termes finis :

Si l'aire sphérique décrite par la fonction $w = f(z)$ méromorphe dans le cercle $|z| < r_0$ est $4\pi S_0 < 4\pi$, l'aire sphérique $4\pi S$ décrite par w lorsque z

décrit le cercle $|z| \leq r < r_0$ *satisfait à*

$$\frac{1}{r^2}\frac{S}{1-S} \leq \frac{1}{r_0^2}\frac{S_0}{1-S_0}.$$

Dans le cas limite $r = 0$, *cette relation devient*

$$\frac{|f'(0)|^2}{(1+|f(0)|^2)^2} \leq \frac{1}{r_0^2}\frac{S_0}{1-S_0}.$$

L'égalité a lieu pour la fonction particulière $w = w_0 + \lambda z / 1 - \lambda \bar{w}_0$ où w_0 et λ sont des constantes arbitraires.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Les déformations subpermanentes des métaux.* Note (1) de M. **Pierre Laurent**, présentée par M. Léon Guillet.

A température constante, si l'on soumet une éprouvette polycristalline à une force de traction constante, on observe successivement les déformations suivantes :

a. un allongement élastique instantané;

b. un allongement visqueux dont la vitesse décroît en fonction du temps.

Si, à un instant donné, on supprime l'effort extérieur, on observe :

a. d'abord une contraction élastique instantanée;

b. puis une contraction, dite subpermanente, dont la vitesse décroît en fonction du temps. En général, on ne peut séparer complètement la déformation élastique de la déformation subpermanente.

Récemment on a pu montrer (Georges Homès, *Revue de Métallurgie*, 1939, p. 373), à l'aide des rayons X, que pendant le fluage il n'y avait aucun écrouissage du métal, ce qui confirme la relation entre le fluage et la régénération du métal. Considérons plus particulièrement la contraction subpermanente. Dans le cas du fluage par torsion, où l'on retrouve des déformations analogues à celles rappelées ci-dessus, on a montré (Taro Ueda, *Science Reports of the Tohoku Imperial University*, 1re série, 26, IV, avril) que la détorsion subpermanente était due à l'action de la partie centrale de l'éprouvette sur la partie extérieure; au cours du fluage

(1) Séance du 16 avril 1941.

par torsion, la partie centrale est en torsion élastique tandis qu'il y a fluage dans la partie extérieure.

Quand on supprime le couple extérieur on obtient une certaine détorsion élastique, mais la partie extérieure ne peut revenir à la position initiale, aussi empêche-t-elle la disparition complète des tensions dans la partie centrale; ces tensions résiduelles provoquent un fluage de la partie extérieure en sens inverse du fluage initial. En conclusion, la détorsion subpermanente s'explique dans ce cas par l'hétérogénéité des tensions.

Dans le cas du fluage par traction, le phénomène peut s'expliquer d'une manière analogue. Le métal de l'éprouvette est constitué d'un grand nombre de cristaux, qui peuvent être soit de nature différente (alliages à plusieurs phases), soit identiques (solutions solides); mais dans les deux cas, par suite de l'anisotropie cristalline, les modules dans la direction de traction sont différents. Pour simplifier, nous classerons les cristaux en deux familles F_1 et F_2.

Quand on supprime la force extérieure, les deux familles de cristaux, si elles étaient indépendantes, se contracteraient de quantités différentes, la famille F_2 ayant le module le plus faible, se contracterait plus que l'autre, mais par suite de la liaison intime entre les deux familles, la contraction de F_2 sera limitée par celle de F_1; ainsi exerce-t-elle sur F_1 un effort de compression qui entraîne un fluage de F_1, donc une contraction en fonction du temps.

Étudions plus en détail le phénomène. Soient e la contraction élastique de F, e_1 la contraction totale à l'instant t et e_2 la contraction élastique de F_2. Nous venons de voir que F_2 exerce une compression sur F_1; inversement F_1 exerce une tension sur F_2, mais cette tension, qui est du même sens et beaucoup moins forte que la tension initiale, n'entraîne qu'un fluage très faible; au contraire le fluage dû à la compression ne peut être négligé, puisqu'il n'y a pas encore eu de contraction par fluage; aussi peut-on dire qu'à l'instant t l'effort de compression que F_2 exerce sur F_1 est

$$\sigma = k(e - e_2) \qquad (k = \text{const.}).$$

La déformation visqueuse e d'un métal est une fonction du temps t et de l'effort exercé σ, qui, en première approximation, peut être représenté par

$$e = A\sigma(1 + t)^{\alpha},$$

où l'exposant α est compris entre 0 et 1 et A une constante.

Si l'on remplace σ par la valeur trouvée ci-dessus, on a

$$\frac{e}{e_1 - e_2} = \frac{A}{K}(1+t)^x,$$

qui représente la loi de contraction subpermanente.

Ceci permet de retrouver les faits signalés dans des Notes précédentes ([2]), et notamment que la vitesse de contraction, à un instant déterminé, est proportionnelle à la charge initialement appliquée.

En résumé, la contraction subpermanente n'est que l'effet extérieur des tensions internes après suppression de la force extérieure.

GÉODÉSIE. — *Mesures gravimétriques effectuées pendant l'année* 1939 *en Algérie, au Tanezrouft et au Niger.* Note de M. **Jean Lagrula**, présentée par M. Georges Perrier.

Les résultats présentés dans le tableau ci-après ont été obtenus au moyen du pendule Holweck-Lejay de l'Observatoire d'Alger, au cours de deux campagnes :

La première, effectuée en mars 1939, constitue un nouvel apport à l'exploration gravimétrique du Sahara. Partis, avec M. Raymond Lazard par la piste du Tanezrouft, nous revînmes par la piste du Hoggar, après avoir longé le Niger de Gao à Niamey. Au cours de cette campagne, j'effectuai 16 déterminations nouvelles de la pesanteur et deux mesures de recoupement, qui sont compatibles avec une dérive instrumentale linéaire. Le réseau saharien n'est pas encore assez avancé pour permettre une interprétation d'ensemble des résultats. La valeur obtenue, au cours du retour, sur le plateau du Tadémaït, confirme et complète la valeur trouvée à Fort-Miribel au cours d'une campagne antérieure : dans cette région la valeur algébrique des anomalies $g''_0 - \gamma_0$ augmente avec l'altitude, ce qui constitue une singularité intéressante.

La deuxième campagne, effectuée en mai-juin 1939 dans la plaine de la Mitidja, constitue une extension du réseau serré des environs d'Alger. Elle comporte 36 stations nouvelles. La proximité de la station-base

---

([2]) Jean Galibourg et Pierre Laurent, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 217; 207, 1938, p. 34.

Lieu.	Longitude.	Latitude.	Alt.	g.	g_0.	g''_0.	γ_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma_0$.	$g''_0-\gamma_0$.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.
Sahara	o. '	o '	m	g	g	g	g	g	mg	mg	mg	mg
Foum el Krinig..........	0.55 W	28.58	330	979,169	979,271	979,236	979,242	979,259	+ 29	— 6	+12	—23
Reggan...................	0. 9 E	26.43	255	978,996	074	047	074	091	0	—27	—17	—44
Balise-240	0.38	24.42	320	889	978,988	978,954	978,932	978,949	+ 56	+22	+39	+ 5
Bidon-5..................	1. 5	22.17,5	380	732	850	810	772	790	+ 78	+38	+60	+20
Balise-610...............	0.51	21.25	380	641	759	719	718	736	+ 41	+ 1	+23	—17
Aguelok..................	0.51	19.28	375	526	642	603	603	621	+ 39	0	+21	—18
Kilomètre-114...........	1.15	18.43	440	519	655	609	561	579	+ 94	+48	+76	+30
Anefis....................	0.36	18. 2,5	315	511	608	575	525	543	+ 83	+50	+65	+32
Gao......................	0. 3 W	16.17	250	428	505	479	436	454	+ 69	+43	+51	+25
Kilomètre-218	0.48 E	14.57	190	323	382	362	374	392	+ 8	—12	—10	—30
Niamey	2. 8	13.31	130	318	358	344	312	330	+ 46	+32	+28	+14
Dosso	3.11	13. 3	190	292	351	331	293	312	+ 58	+38	+39	+19
Birni n'Konni............	5.14	13.48	290	297	386	356	324	342	+ 62	+32	+44	+14
Maradi	7. 5,5	13.29	350	251	359	322	311	329	+ 48	+11	+30	— 7
Meniet...................	4.18	25. 0	810	790	979,040	955	952	969	+ 88	+ 3	+71	—14
Tademaït.................	2.33	28.19	630	979,068	262	979,196	979,191	979,208	+ 71	+ 5	+54	—12
Algérie												
Cap Djinet...............	3.43,2 E	36.52,6	7	979,986	979,988	979,987	979,891	979,906	+ 97	+96	+82	+81
Isserbourg...............	3.42,6	36.47,4	16	956	961	959	884	899	+ 77	+75	+62	+60
Chéragas	2.57,8	36.46,0	165	946	996	979	882	897	+114	+97	+99	+82
Birkadem	3. 3,1	36.43,0	100	920	951	940	877	892	+ 74	+63	+59	+48
Saint-Ferdinand	2.53,3	36.43,0	98	933	963	953	877	892	+ 86	+76	+71	+61
Birtouta..................	2.59,9	36.38,7	53	901	917	912	871	886	+ 46	+41	+31	+26
Zéralda...................	2.50,6	36.42,8	23	950	957	955	877	892	+ 80	+78	+65	+63
Maison-Carrée............	3. 9,1	36.43,3	40	911	923	919	878	893	+ 45	+41	+30	+26
Alma.....................	3.24,5	36.43,6	31	942	951	948	878	893	+ 73	+70	+58	+55
Maréchal-Foch............	3.22,4	36.38,2	180	884	940	921	870	885	+ 70	+51	+55	+36
Eucalyptus	3. 8,3	36.39,5	29	901	910	907	872	887	+ 38	+35	+23	+20
Rivet.....................	3.13,6	36.37,3	75	895	919	911	869	884	+ 50	+42	+35	+27
Arba......................	3. 9,4	36.33,9	101	875	906	895	864	879	+ 42	+31	+27	+16
Rovigo	3. 5,0	36.32,6	111	859	893	881	862	877	+ 31	+19	+16	+ 4
Sidi-Moussa	3. 5,4	36.36,3	50	889	904	899	868	883	+ 36	+31	+21	+16
Bérard	2.36,6	36.36,1	42	917	930	926	867	882	+ 63	+59	+48	+44
Bourkika.................	2.28,7	36.29,8	102	865	897	886	858	873	+ 39	+28	+24	+13
Ameur-el-Aïn.............	2.34,0	36.28,7	105	868	900	889	856	871	+ 44	+33	+29	+18
Zurich....................	2.18,5	36.32,6	62	912	931	925	862	877	+ 69	+63	+54	+48
Barrage de Meurad	2.24,3	36.27,0	290	826	915	885	853	868	+ 62	+32	+47	+17
Bou Yersé................	2.21,8	36.29,8	120	861	898	885	858	873	+ 40	+27	+25	+12
Montebello	2.32,1	36,33,8	66	893	914	907	864	879	+ 50	+43	+35	+28
Domaine Ben Smara......	2.40,9	36.31,5	58	876	893	887	861	876	+ 32	+26	+17	+11
Bou Roumi................	2.38,9	36.28,5	96	873	903	893	856	871	+ 47	+37	+32	+22
Boufarik	2.54,9	36.34,5	51	875	890	885	865	880	+ 25	+20	+10	+ 5
Bouïnan..................	2.59,7	36.32,0	88	865	892	883	861	876	+ 31	+22	+16	+ 7
Chelbi....................	3. 0,7	36.34,7	60	875	893	887	865	880	+ 28	+22	+13	+ 7
Saint-Charles.............	2.52,2	36.38,1	26	900	908	905	870	885	+ 38	+35	+23	+20
La Chiffa.................	2.44,5	36.27,8	105	869	901	890	855	870	+ 46	+35	+31	+20
Domaine Bou-Ziane.......	2.35,1	36.30,6	71	870	892	884	861	876	+ 31	+23	+16	+ 8
Attatba..................	2.40,4	36.34,3	50	882	897	892	865	880	+ 32	+27	+17	+12
Castiglione...............	2.41,6	36.38,6	41	927	939	935	871	886	+ 68	+64	+53	+49
Koléa	2.46,3	36.38,3	134	893	934	920	871	886	+ 63	+49	+48	+34
Ferme Bernard...........	2.45,2	36.31,9	53	880	896	891	861	876	+ 35	+30	+20	+15
Propriété Léonce-Olivier..	2.46,8	36.30,9	101	873	904	893	860	875	+ 44	+33	+29	+18
Oued-el-Alleug...........	2.47,6	36.33,4	48	878	892	887	863	878	+ 29	+24	+14	+ 9

d'Alger-Bouzaréah permit de suivre avec précision la dérive instrumentale. Le résultat essentiel de cette campagne est la mise en évidence d'une région *singulière*, qui s'étend en une bande étroite, de 2 à 4 km. de large, des environs de Marengo jusqu'à Rovigo, en passant par Boufarik. Les anomalies $g''_0 - \gamma_0$ y sont plus faibles, en valeur algébrique, que dans les régions environnantes.

Il faut peut-être chercher l'interprétation de cette particularité dans l'hypothèse d'un prolongement, sous la plaine de la Mitidja, de massifs voisins. Une nouvelle extension, en direction du Sud-Est, de ce réseau serré, apportera à ce sujet des précisions complémentaires.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Intégrales premières dans la théorie du mésoton.* Note de M. **Alexandre Proca**, présentée par M. Louis de Broglie.

Pour la théorie de l'électron, nous avons préconisé (¹) l'emploi des *dérivées par rapport au temps propre*, conséquence logique d'un traitement complètement relativiste de cette théorie. Du point de vue purement pratique, cet emploi ne présente pas de gros avantages en théorie de Dirac; il n'en est cependant plus de même dans les théories des particules à spin entier.

Dans ces cas en effet le passage à la forme hamiltonienne n'est plus aussi aisé qu'en théorie de Dirac; le traitement relativiste complet s'impose dans ces cas non seulement pour des motifs de symétrie, mais aussi pour des raisons de commodité. Nous prendrons comme exemple la théorie du mésoton dans le vide et comme base la façon dont l'a traité Kemmer (²).

L'équation du mouvement s'écrit

$$\beta_\mu \partial_\mu \psi + k\psi = 0 \qquad \left(\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu},\ k = \frac{mc}{\hbar},\ \text{sommation sur } \mu\right);$$

les β_μ satisfont à

$$\beta_\lambda \beta_\mu \beta_\nu + \beta_\nu \beta_\mu \beta_\lambda = \beta_\lambda \delta_{\mu\nu} + \beta_\nu \delta_{\mu\lambda}.$$

Nous l'écrirons $S\psi - imc^2\psi = 0$, donc $S = -ic\hbar\beta_\mu\partial_\mu$; on peut l'écrire

(¹) Proca, *Annales de Physique*, 20, 1933, p. 347.

(²) *Proc. Roy. Soc.*, A, **173**, 1939, p. 91.

sous forme hamiltonienne

$$\left(H - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi = 0 \quad \text{avec} \quad H = -c\hbar(\beta_k\beta_4 - \beta_4\beta_k)\,\partial_k + mc^2\beta_4,$$

pourvu qu'on impose à la fonction d'onde certaines conditions initiales. Cela étant, la dérivée par rapport au temps propre d'un opérateur ξ est définie par $\xi' = i(S\xi - \xi S)/\hbar$ et la dérivée ordinaire par $\dot{\xi} = i(H\xi - \xi H)/\hbar$.

L'intérêt du calcul, plus simple et plus symétrique, des dérivées par rapport au temps propre réside dans le fait que *les moyennes de ces dernières sont nulles en même temps que celles des dérivées du même opérateur par rapport au temps ordinaire* (3).

En effet, si $\xi' = 0$, les fonctions ψ et $\xi\psi$ sont en même temps des solutions de l'équation fondamentale. On peut donc écrire en particulier

$$\left(H + \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\right)\xi\psi = 0 \quad \text{et aussi} \quad \xi\left(H + \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi = 0,$$

d'où l'on déduit par soustraction $\dot{\xi}\psi = 0$ et le résultat annoncé.

Avant de passer à l'étude des intégrales premières, précisons quelques relations utiles. On a d'abord

$$S = i(H\beta_4 - \beta_4 H) - \hbar\beta_4\,\partial_0 \quad \text{et} \quad H = -i(S\beta_4 - \beta_4 S) + mc^2\beta_4,$$

ensuite la relation fondamentale $S\beta_\nu S = cp_\nu S$ avec $p_\nu = (\hbar/i)\,\partial_\nu$.

Examinons, comme dans le cas de l'électron, le comportement des coordonnées et de leurs dérivées.

On a $x'_\nu = c\beta_\nu$ comme dans le cas de Dirac, mais là s'arrête l'analogie. Dans le cas de Dirac, le fait essentiel de l'absence de proportionnalité entre la quantité de mouvement et la vitesse est exprimé par la relation (4)

$$c^2 p_\nu = x'_\nu S + \frac{h}{2i}x''_\nu.$$

Dans le cas du mésoton, on doit écrire

$$\left(c^2 p_\nu - x'_\nu S - \frac{\hbar}{i}x''_\nu\right)S = 0.$$

La différence consiste non seulement en l'absence du facteur 1/2, mais aussi

---

(3) Par *densité de movenne* d'un opérateur ξ, nous entendons l'expression $\psi^+\xi\psi$.

(4) Proca, *loc. cit.*, p. 389.

en l'adjonction du facteur commun S. Lorsqu'on passe aux densités, ce dernier disparaît en vertu de l'équation fondamentale.

La relation véritablement intéressante entre les dérivées s'obtient toutefois en poussant la dérivation jusqu'au troisième ordre; on obtient

$$c^2 p_\nu S + c^2 \hbar^2 \Box . x'_\nu - \hbar^2 x'''_\nu = 0.$$

Ce qui précède concerne les dérivées par rapport au temps propre; pour les dérivées ordinaires on peut écrire de la même façon, d'une part

$$\dot{x}_k = - ic(\beta_k \beta_4 - \beta_4 \beta_k), \qquad \left(c^2 p_k - \dot{x}_k H - \frac{\hbar}{i} \ddot{x}_k\right) H = 0,$$

et d'autre part, en intégrant une fois,

$$\ddot{x}_k + \left[\left(\frac{mc^2}{\hbar}\right)^2 - c^2 \Delta\right] x_k + \frac{H}{\hbar^2} c^2 p_k t = \text{const.}$$

Cette dernière relation montre que, comme dans le cas de l'électron de Dirac, une oscillation se superpose toujours à la variation classique des coordonnées d'un mésoton en mouvement dans le vide. *Le tremblement de Schrödinger se produit donc également pour le mésoton;* il a lieu entre deux états de charges égales et de signes contraires, comme il avait lieu, pour l'électron, entre deux états de même énergie et de signes opposés. Il n'est donc pas caractéristique de l'existence des énergies négatives, mais tient essentiellement au caractère commun d'invariance relativiste de ces théories et découle des propriétés des représentations du groupe de Lorentz.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Sur un procédé permettant de réduire les pertes par effluves dans les machines électrostatiques.* Note [1] de MM. **Oleg Yadoff** et **Vladimir Platoff**, présentée par M. Camille Gutton.

Les caractéristiques électriques d'un générateur électrostatique dépendent à la fois de ses dimensions géométriques et du mode du dispositif de charge. Pour un générateur du type Van de Graaf à sphère, la tension est proportionnelle à la charge apportée. La théorie n'impose pas de limites à la tension qu'il est possible d'obtenir, mais dans la

(1) Séance du 31 mars 1941.

pratique cette tension est limitée par les fuites qui prennent naissance; elles sont fonction des dimensions de la sphère collectrice. Pour une sphère, la tension maximum dans l'air sec et à la pression atmosphérique est obtenue lorsque le champ électrique à sa surface atteint environ 30 kV:cm. Pratiquement les tensions réalisées sont très inférieures à celles que l'on peut déduire des dimensions géométriques du collecteur. Un grand nombre d'essais nous a conduits à admettre que, pour la température de 20° C. et sous la pression atmosphérique, la rigidité diélectrique maximum de l'air n'est que 21 kV:cm; il faut en chercher l'explication dans la présence, toujours inévitable dans l'air, de vapeurs et de poussières. Toutefois la plus grande partie des pertes dans un générateur du type Van de Graaf (80 % environ) est due aux fuites par effluves qui se manifestent surtout à l'entrée dans la sphère de la colonne-support. Avec un générateur comportant une sphère de 1^{m} de diamètre (tension nominale 2.10^{6} V), soutenue par une colonne isolante de $1^{m},90$ de hauteur et de $0^{m},50$ de diamètre [2], nous obtenions, dans les meilleures conditions, une tension maximum d'environ 650 kV; pour cette tension, d'intenses effluves apparaissent à l'entrée de la colonne dans la sphère. En vue de diminuer le champ dans cette région, tout en le renforçant à la partie supérieure de la sphère collectrice, nous avons disposé autour de la colonne un anneau métallique A (voir la figure) découpé dans une surface torique. Cet anneau est fixé sur la colonne isolante à une distance égale aux 2/3 de sa hauteur; son diamètre extérieur est à peu près celui de la sphère collectrice. Il est porté à un potentiel voisin de celui de la sphère par les aigrettes. L'effet maximum est obtenu lorsque les tangentes (ab) de part et d'autre du secteur du tore rencontrent le cercle c auquel s'arrête la sphère. C'est autour de cette ligne, qu'en absence de cet anneau, la pression électrostatique prend des valeurs exagérées. Pour quelques centaines de milliers de volts, un courant d'air violent prend naissance. Le générateur n'a pas pu produire le potentiel pour lequel il était prévu (2.10^{6} V), tellement était grande la déperdition.

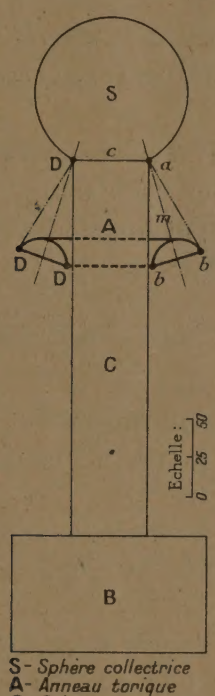
Nous avons construit un appareil d'expérience de modèle réduit. Cet appareil, semblable à la machine dont il est question plus haut, est réduit au $1/10^{e}$; la sphère collectrice a 10^{cm} de diamètre; le diamètre du support est de 5^{cm}. Nous avons observé une amélioration lorsque le champ était déformé par l'adjonction de l'anneau sur le tube-support; les effluves

---

(2) O. Yadoff, *Revue d'Électricité et de Mécanique*, n° 55, 1937, p. 61.

disparaissaient presque complètement et l'on constatait une notable augmentation de la tension.

Lorsque la sphère collectrice présente, autour de l'ouverture par laquelle y pénètre le support, une arête vive, la présence d'un anneau permet de doubler la tension. Si l'on pouvait appliquer des lois de similitude entre



l'appareil d'expérience et le grand générateur, on devrait s'attendre à une tension de 1350 à 1400 kV au lieu de 650 kV; le champ électrique serait alors, à la surface de la sphère, voisin de 20 kV : cm.

Des colliers arrondis D placés autour du cercle d'entrée de la colonne permettent déjà d'apporter une certaine correction à la déformation du champ. Un disque plat ou un anneau en gros fil réduisent aussi les aigrettes, mais pour produire un effet suffisant ceux-ci doivent être de dimensions beaucoup trop encombrantes, de 4 à 5 fois le diamètre de la sphère, ce qui élimine leur emploi pour les générateurs d'installations industrielles, eux-mêmes demandant déjà des locaux volumineux et très bien isolés. L'anneau torique que nous indiquons demande une place beaucoup plus réduite pour produire le même effet.

Indiquons enfin que le procédé que nous venons de décrire peut être employé avantageusement lors des mesures de hautes tensions par éclateurs sphériques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Une nouvelle loi des tensions de vapeur.* Note [1] de M. **Jean-P.-E. Duclaux**, présentée par M. Aimé Cotton.

J'ai montré [2] que la loi des tensions de vapeur pouvait s'exprimer sous une forme ne contenant que deux constantes arbitraires.

L'une des constantes, que j'ai appelée A, peut se déterminer *a priori*. En effet elle apparaît dans l'expression

$$F = \frac{T(T - T_T)(T_C - T)}{(T + A)^3},$$

qui tend vers -1 pour T infini et qui atteint également cette valeur pour deux valeurs de T, l'une très petite (2°,7 pour H^2O), l'autre notablement plus grande (136°,5 pour H^2O).

Le fait remarquable est que, dans tous les cas étudiés, cette dernière valeur est exactement égale à la moitié de la température au point triple (pour H^2O, $136,5 = 273/2$).

Nous pouvons nous servir de cette propriété de la courbe pour déterminer A *a priori;* il est facile de voir que, si l'on pose $F = -1$ pour $T = T_T/2$, on obtient pour A la valeur

$$A = \frac{T_T}{2}\left[\left(\frac{2T_C}{T_T} - 1\right)^{\frac{1}{3}} - 1\right].$$

On trouve ainsi pour H^2O la valeur $A = 75°,4$, alors que la valeur expérimentale est $A = 75°,5$.

Dans ces conditions la loi des tensions de vapeur ne contient plus, ainsi que je l'avais annoncé, qu'une seule constante arbitraire C.

L'ensemble de la courbe peut donc se déduire des coordonnées de trois points (ceux-ci pouvant être le point critique, le point triple et le point d'ébullition sous la pression atmosphérique).

(1) Séance du 7 avril 1941.

(2) *Comptes rendus*, 213, 24 mars 1941, p. 482.

A titre de vérification prenons le cas de l'azote. En utilisant les seules données

T_C 125°,96; P_C 33^{atm},49; T_T 63°,23; P_T 96^{mm},4; T Éb. 77°,31,

la pression calculée à 104°,46 est 10^{atm},46; les tables donnent 10^{atm},44.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la régénération du pied des Limaciens.* Note ([1]) de M. **Marcel Abeloos**, présentée par M. Maurice Caullery.

Le pied des Limaces, organe creux renfermant une partie importante de la masse viscérale, est, comme le pied des autres Gastéropodes, susceptible de régénération. Si l'on sectionne la partie postérieure du corps d'individus adultes d'*Agriolimax agrestis* L., amputant ainsi une portion du foie et de la glande hermaphrodite, la blessure se ferme rapidement et, à condition que l'intestin n'ait pas été lésé, les individus peuvent vivre plusieurs mois, s'alimenter et pondre, mais la réparation ne dépasse guère la constitution d'un tissu cicatriciel. Par contre, chez les jeunes individus de la même espèce, récemment éclos (longueur : environ 5^{mm}) ou âgés de quelques semaines, la partie postérieure du corps est complètement régénérée en quelques semaines. De plus, le tube digestif s'étendant moins loin dans le pied que chez les adultes, l'amputation, toujours suivie d'une régénération complète, peut être pratiquée jusqu'au niveau du bord postérieur du bouclier, soit environ jusqu'au milieu de la longueur totale de l'animal.

La régénération du pied peut s'effectuer non seulement suivant l'axe antéro-postérieur, mais encore en direction transversale. A la suite d'une section suivant le plan sagittal, j'ai obtenu, en effet, la bifurcation de l'extrémité postérieure du corps, chacun des deux pieds présentant une sole pédieuse et une carène médio-dorsale.

Une section transversale du pied intéresse deux régions tégumentaires bien distinctes : 1° la *sole pédieuse* ventrale, incolore, fortement musclée et revêtue d'un épithélium cilié, terminée en pointe postérieurement; 2° le *tégument dorsal*, pigmenté, ornementé d'un réseau de sillons et, dans sa partie postérieure, d'une carène médio-dorsale. Pour élucider le rôle de ces deux parties du pied dans la régénération, j'ai réalisé les expériences suivantes :

([1]) Séance du 16 avril 1941.

1° La sole pédieuse est décollée et extirpée dans la partie postérieure du corps. Les bords sectionnés du tégument dorsal se soudent sur la ligne médiane ventrale, mais la régénération de la sole pédieuse s'effectue seulement à partir de l'extrémité postérieure de la sole intacte. L'opération est suivie d'une régulation complète au bout de quelques semaines.

2° L'extrémité postérieure du corps est fendue suivant un plan parallèle à celui de la sole pédieuse, et la portion de tégument dorsal située au-dessus de ce plan de section est enlevée. Les bords droit et gauche de la section se raccordent et il apparaît dans le tissu cicatriciel une carène médio-dorsale. Finalement, un pied complet se forme à partir de la moitié ventrale du pied primitif.

3° Le corps est fendu, comme précédemment, suivant un plan parallèle à la sole, mais les deux portions tégumentaires ainsi séparées sont conservées et débarrassées des organes internes. Il se constitue, par soudure deux à deux des lèvres de la plaie dans le plan sagittal, deux tubes, l'un dorsal, composé uniquement de tégument dorsal, l'autre ventral. Le tube ventral reconstitue, comme dans l'expérience précédente, un pied complet, avec carène médio-dorsale. Le tube dorsal, par contre, ne régénère jamais de sole pédieuse. Ses tissus se résorbent progressivement, de telle sorte que l'opération peut être suivie d'une régulation complète. En sectionnant transversalement ce tube dorsal avant sa résorption, on réalise une section ne comprenant que du tégument dorsal. Aucune régénération ne se produit à partir d'une telle section.

Ces expériences montrent que le rôle organisateur dans la régénération du pied est joué par les tissus de la sole pédieuse ventrale. Non seulement le tégument dorsal est incapable de régénérer la sole pédieuse, mais il ne peut organiser les tissus tégumentaires dorsaux qu'il fournit. J'ai obtenu des résultats analogues sur de jeunes *Limax maximus* L.

Les Arions (expériences sur *Arion rufus* L., *Mesarion subfuscus* Draparnaud, *Kobeltia hortensis* de Férussac) ne supportent, même jeunes, que des amputations postérieures beaucoup moins importantes. L'extrémité postérieure du pied est cependant complètement et rapidement régénérée par les Arions à l'éclosion, avec le pore muqueux caudal.

La séance est levée à 15h15m.

A. Lx.